Проблемы физики, математики и техники, № 3 (36), 2018

УДК 512.542

О ДОПОЛНЕНИЯХ КОРАДИКАЛА В РАСШИРЕНИЯХ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С.Ф. Каморников[1], **О.Л. Шеметкова**[2]

[1]*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины*
[2]*Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова*, *Москва*

ON COMPLEMENTS OF RESIDUAL IN EXTENSIONS OF FINITE GROUPS

S.F. Kamornikov[1], **O.L. Shemetkova**[2]

[1]*F. Scorina Gomel State University*
[2]*G.V. Plekhanov Russian University of Economics*, *Moscow*

Для насыщенной формации $\mathfrak{F}$ исследуется вопрос дополняемости $\mathfrak{F}$-корадикала в расширении конечной группы, которая представима в виде произведения нормальных подгрупп.

Ключевые слова: *конечная группа*, *формация*, *корадикал*, *дополняемая подгруппа*, *насыщенная формация Фиттинга.*

For a saturated formation $\mathfrak{F}$ the problem of complementability of $\mathfrak{F}$-residual in extension of the finite group which is the product of normal subgroups is established.

Keywords: *finite group*, *formation*, *residual*, *complement*, *saturated Fitting formation.*

Введение

Все группы, которые рассматриваются в данной работе, являются конечными.

Пусть $\mathfrak{F}$ – формация, т. е. класс групп, замкнутый относительно взятия гомоморфных образов и конечных подпрямых произведений. Тогда каждая группа G обладает наименьшей нормальной подгруппой, факторгруппа по которой принадлежит формации $\mathfrak{F}$ (эта подгруппа обозначается через $G^{\mathfrak{F}}$ и называется $\mathfrak{F}$-*корадикалом* группы G; она совпадает с пересечением всех нормальных подгрупп N группы G, для которых $G/N \in \mathfrak{F}$).

Понятие $\mathfrak{F}$-корадикала, характеризуя степень вхождения группы в формацию $\mathfrak{F}$, естественным образом инициировало исследование проблемы расщепляемости группы над ее $\mathfrak{F}$-корадикалом. Центральное место в решении этой проблемы занимает следующий результат Л.А. Шеметкова.

***Теорема* 0.1** [1, Теорема 3.2]. *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация. Пусть ω – множество всех тех простых чисел $p \in \pi(\mathfrak{F})$, для которых $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ группы G обладает абелевой силовской p-подгруппой. Тогда $G^{\mathfrak{F}}$ обладает ω-дополнением в любом расширении группы G.*

Отметим, что теорема 0.1 эквивалентна следующему утверждению: *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, K – нормальная подгруппа группы G и ω – множество всех тех простых $p \in \pi(\mathfrak{F})$, для которых силовские p-подгруппы из $K^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми. Тогда $\mathfrak{F}$-корадикал подгруппы K обладает ω-дополнением в группе G.*

Напомним, что подгруппа D является ω-*дополнением* (ω – некоторое множество простых чисел) к подгруппе N группы G, если $G = DN$ и порядок подгруппы $D \cap N$ не делится на числа из ω. В этом случае говорят также, что подгруппа N обладает ω-дополнением в группе G.

В качестве следствий из теоремы 0.1 вытекают, ставшие уже классическими, теорема Шура – Цассенхауза о дополняемости нормальной холловой подгруппы, теорема Гашюца [2] о дополняемости абелевого $\mathfrak{F}$-корадикала ($\mathfrak{F}$ – насыщенная формация), теорема Ф. Холла [3] о дополняемости в конечной разрешимой группе G ее коммутанта G' ($\mathfrak{A}$-корадикала группы G, где $\mathfrak{A}$ – формация всех абелевых групп) с абелевыми силовскими подгруппами, теорема Хупперта [4] о дополняемости в G подгруппы $O^p(G)$ ($\mathfrak{N}_p$-корадикала группы G, где $\mathfrak{N}_p$ – формация всех p-групп) с абелевой силовской p-подгруппой.

Исключить условие абелевости соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала в теореме 0.1 невозможно (пример, подтверждающий это, можно найти в [5, с. 131]). Поэтому одним из направлений развития теоремы 0.1 может быть введение дополнительных ограничений либо на группу G, либо на формацию $\mathfrak{F}$. Такой подход, инициированный работой [6], в последнее время получил развитие в работах [7]–[11].

Суть подхода состоит в рассмотрении группы G, представимой в виде произведения своих нормальных (или субнормальных) подгрупп, что позволяет условие абелевости соответствующих силовских подгрупп $\mathfrak{F}$-корадикала группы G ослабить до условия абелевости силовских подгрупп из $\mathfrak{F}$-корадикалов сомножителей.

Главная цель данной работы – доказательство следующей теоремы.

***Теорема* 0.2.** *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– насыщенная формация*, K *– нормальная подгруппа группы G, представимая в виде произведения нормальных в* G *подгрупп* A *и B, и* ω *– множество всех тех простых* $p \in \pi(\mathfrak{F})$, *для которых силовские p-подгруппы из* $A^{\mathfrak{F}}$ *и* $B^{\mathfrak{F}}$ *являются абелевыми. Если* $K^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$, *то* $\mathfrak{F}$*-корадикал подгруппы K обладает* ω*-дополнением в группе G.*

Отметим также следующие моменты:

1) в отличие от работ [7]–[11] в теореме 0.2 нет никаких дополнительных требований относительно разрешимости или частичной разрешимости подгрупп $A^{\mathfrak{F}}$ и $B^{\mathfrak{F}}$ группы G;

2) идея доказательства теоремы 0.2 существенно отличается от схем работ [7]–[11], опирающихся на свойства покрытия-изолирования $\mathfrak{F}$-нормализаторами главных факторов группы G;

3) теорема 0.1 является формальным следствием теоремы 0.2.

1 Предварительные результаты

В работе используются определения и обозначения, принятые в монографии [12]. Нам понадобится следующая информация о свойствах $\mathfrak{F}$-корадикала группы.

***Лемма* 1.1** [12, лемма 1.2]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– непустая формация*, N *– нормальная подгруппа группы G. Тогда справедливы следующие утверждения*:

1) $(G/N)^{\mathfrak{F}} = G^{\mathfrak{F}}N/N$;

2) *если* $G = HN$, *то* $H^{\mathfrak{F}}N = G^{\mathfrak{F}}N$.

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется *классом Фиттинга* (или *радикальным классом*), если он удовлетворяет следующим требованиям:

1) $\mathfrak{F}$ – нормально наследственный класс (т. е. если группа принадлежит классу $\mathfrak{F}$, то и любая ее нормальная подгруппа входит в $\mathfrak{F}$);

2) из равенства $G = AB$, где $A \lhd G$, $B \lhd G$, $A \in \mathfrak{F}$, $B \in \mathfrak{F}$, всегда следует $G \in \mathfrak{F}$.

Формация Фиттинга (*радикальная формация*) – это формация, которая является классом Фиттинга. Один из критериев радикальности формации дает следующая лемма.

***Лемма* 1.2** [13, лемма 2]. *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– непустая формация. Тогда и только тогда* $\mathfrak{F}$ *является формацией Фиттинга, когда для любых двух перестановочных субнормальных подгрупп A и B произвольной группы* G *имеет место равенство* $(AB)^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$. *В частности, если группа* G *представима в виде произведения нормальных подгрупп A и B, то для формации Фиттинга справедливо равенство* $G^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$.

Напомним еще, что группа H является *расширением* группы G, если H имеет нормальную подгруппу N такую, что $G \cong N$. Формация $\mathfrak{F}$ называется *насыщенной*, если она замкнута относительно фраттиниевых расширений, т. е. из $G/\Phi(G) \in \mathfrak{F}$ всегда следует $G \in \mathfrak{F}$.

2 Доказательство теоремы 0.2

Ввиду условия теоремы группа G является расширением группы A. Поэтому на основании теоремы 0.1 подгруппа $A^{\mathfrak{F}}$ обладает ω-дополнением H в расширении G группы A, т. е. $G = HA^{\mathfrak{F}}$ и $|H \cap A^{\mathfrak{F}}|$ не делится на числа из ω. Поэтому ввиду тождества Дедекинда подгруппа K представима в виде $K = (H \cap K)A^{\mathfrak{F}}$ и при этом $|(H \cap K) \cap A^{\mathfrak{F}}|$ не делится на числа из ω. Кроме того, ввиду леммы 1.1 из равенства $K^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$ следует, что $(H \cap K)^{\mathfrak{F}}A^{\mathfrak{F}} = K^{\mathfrak{F}}$.

Ввиду условия теоремы справедливо равенство $K^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}}B^{\mathfrak{F}}$, поэтому имеет место изоморфизм

$$K^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} = B^{\mathfrak{F}}A^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} \cong B^{\mathfrak{F}} / B^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}.$$

С другой стороны,

$$(H \cap K)^{\mathfrak{F}} / (H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}} \cong$$
$$\cong (H \cap K)^{\mathfrak{F}}A^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} = K^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}.$$

Поэтому

$$(H \cap K)^{\mathfrak{F}} / (H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}} \cong B^{\mathfrak{F}} / B^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}.$$

Ввиду условия теоремы для любого простого числа $p \in \omega$ силовские p-подгруппы из $B^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми. Но тогда из

$$(H \cap K)^{\mathfrak{F}} / (H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}} \cong B^{\mathfrak{F}} / B^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}$$

следует, что силовские p-подгруппы из $(H \cap K)^{\mathfrak{F}} / (H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}$ также являются абелевыми для любого простого числа $p \in \omega$. Отсюда и из того, что $|(H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}|$ не делится на числа из ω заключаем, что силовские p-подгруппы из $(H \cap K)^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми для любого простого числа $p \in \omega$. Снова применяя теорему 0.1, получаем, что подгруппа $(H \cap K)^{\mathfrak{F}}$ обладает ω-дополнением D в группе H, т. е. $H = D(H \cap K)^{\mathfrak{F}}$ и, кроме того, $|D \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}|$ не делится на числа из ω.

Теперь имеем, что

$$G = HA^{\mathfrak{F}} = (D(H \cap K)^{\mathfrak{F}})A^{\mathfrak{F}} =$$
$$= D((H \cap K)^{\mathfrak{F}}A^{\mathfrak{F}}) = DK^{\mathfrak{F}}.$$

Пусть $p \in \omega$. Так как H – ω-дополнение к $A^{\mathfrak{F}}$ в G, то $\left|H \cap A^{\mathfrak{F}}\right|$ не делится на p, а потому $H \cap A^{\mathfrak{F}}$ – p'-группа. Отсюда из $D \subseteq H$ следует, что $D \cap A^{\mathfrak{F}}$ также является p'-группой.

Ввиду нормальности подгруппы $H \cap A^{\mathfrak{F}}$ в группе H из равенства $H = D(H \cap K)^{\mathfrak{F}}$ следует, что $H = (D(H \cap A^{\mathfrak{F}}))((H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}}))$. Поэтому справедливо равенство

$$\left|D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}})\right| =$$

$$= \frac{\left|H \cap A^{\mathfrak{F}}\right|^2 \cdot \left|D \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}\right|}{\left|D \cap A^{\mathfrak{F}}\right| \cdot \left|(H \cap K)^{\mathfrak{F}} \cap A^{\mathfrak{F}}\right|}.$$

Из него вытекает, что

$$D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}})$$

– p'-группа. Это означает, что подгруппа $D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) / (H \cap A^{\mathfrak{F}})$ является ω-дополнением подгруппы $(H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}}) / (H \cap A^{\mathfrak{F}})$ в группе $H / (H \cap A^{\mathfrak{F}})$.

Рассмотрим отображение

$$f:\ hA^{\mathfrak{F}} \to h(H \cap A^{\mathfrak{F}}),\ h \in H.$$

Очевидно, f – изоморфизм группы $HA^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} = G / A^{\mathfrak{F}}$ и группы $H / (H \cap A^{\mathfrak{F}})$. Функция f отображает подгруппу $DA^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}$ группы $G / A^{\mathfrak{F}}$ на $D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) / (H \cap A^{\mathfrak{F}})$, а подгруппу $(H \cap K)^{\mathfrak{F}} A^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} = K^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}$ – на группу

$$(H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}}) / (H \cap A^{\mathfrak{F}}).$$

Так как f – изоморфизм и группа

$$D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}})$$

является p'-группой для любого простого $p \in \omega$, то подгруппа $DA^{\mathfrak{F}} \cap K^{\mathfrak{F}}$, являющаяся полным прообразом подгруппы

$$D(H \cap A^{\mathfrak{F}}) \cap (H \cap K)^{\mathfrak{F}}(H \cap A^{\mathfrak{F}})$$

при отображении f, также является p'-группой для любого простого $p \in \omega$.

Это означает, что подгруппа $DA^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}$ является ω-дополнением подгруппы

$$(H \cap K)^{\mathfrak{F}} A^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} = K^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}$$

в группе $G / A^{\mathfrak{F}}$, в частности, число

$$k = \left|DA^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}} \cap K^{\mathfrak{F}} / A^{\mathfrak{F}}\right| = \left|D \cap K^{\mathfrak{F}}\right| / \left|D \cap A^{\mathfrak{F}}\right|$$

не делится на числа из ω. Но тогда из того, что $D \cap A^{\mathfrak{F}}$ является p'-группой для любого простого $p \in \omega$, следует, что $\left|D \cap K^{\mathfrak{F}}\right|$ не делится на числа из ω. Вместе с равенством $G = DK^{\mathfrak{F}}$ это означает, что $\mathfrak{F}$-корадикал $K^{\mathfrak{F}}$ нормальной подгруппы K обладает ω-дополнением в группе G.□

3 Следствия теоремы 0.2

В данном разделе сформулируем основные следствия теоремы 0.2, включающие главные результаты работ [2]–[4]. Отметим, что теорема 0.2 дает индуктивную базу для расширения ее на случай n сомножителей.

***Следствие* 3.1.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, K – нормальная подгруппа группы G, представимая в виде произведения n нормальных в G подгрупп A_1, $A_2, \ldots, A_n$, и ω – множество всех тех простых $p \in \pi(\mathfrak{F})$, для которых силовские p-подгруппы подгрупп $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми. Если $K^{\mathfrak{F}} = A_1^{\mathfrak{F}} A_2^{\mathfrak{F}} \ldots A_n^{\mathfrak{F}}$, то $\mathfrak{F}$-корадикал подгруппы K обладает ω-дополнением в группе G.*

В случае, когда $\omega = \pi(\mathfrak{F})$, справедливо

***Следствие* 3.2.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, K – нормальная подгруппа группы G, представимая в виде произведения n нормальных в G подгрупп A_1, A_2, …, A_n. Если для любого простого $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы подгрупп $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми и $K^{\mathfrak{F}} = A_1^{\mathfrak{F}} A_2^{\mathfrak{F}} \ldots A_n^{\mathfrak{F}}$, то $\mathfrak{F}$-корадикал подгруппы K обладает дополнением в группе G.*

В случае, когда $K = G$, имеем

***Следствие* 3.3.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, G – группа, представимая в виде произведения n нормальных подгрупп A_1, A_2, …, A_n, и ω – множество всех тех простых $p \in \pi(\mathfrak{F})$, для которых силовские p-подгруппы подгрупп $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми. Если $G^{\mathfrak{F}} = A_1^{\mathfrak{F}} A_2^{\mathfrak{F}} \ldots A_n^{\mathfrak{F}}$, то $\mathfrak{F}$-корадикал $G^{\mathfrak{F}}$ обладает ω-дополнением в группе G.*

В случае, когда $\omega = \pi(\mathfrak{F})$, справедливо

***Следствие* 3.4.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, G – группа, представимая в виде произведения n нормальных в G подгрупп A_1, A_2, …, A_n. Если для любого простого $p \in \pi(\mathfrak{F})$ силовские p-подгруппы подгрупп $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми и $G^{\mathfrak{F}} = A_1^{\mathfrak{F}} A_2^{\mathfrak{F}} \ldots A_n^{\mathfrak{F}}$, то $\mathfrak{F}$-корадикал группы G обладает дополнением в группе G.*

Интересен частный случай, когда все подгруппы $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми.

***Следствие* 3.5.** *Пусть $\mathfrak{F}$ – насыщенная формация, K – нормальная подгруппа группы G, представимая в виде произведения n нормальных в G подгрупп A_1, A_2, …, A_n. Если подгруппы $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}$, …, $A_n^{\mathfrak{F}}$ являются абелевыми и $K^{\mathfrak{F}} = A_1^{\mathfrak{F}} A_2^{\mathfrak{F}} \ldots A_n^{\mathfrak{F}}$, то $\mathfrak{F}$-корадикал подгруппы K обладает дополнением в группе G.*

Как следует из леммы 1.2, если группа G представима в виде произведения нормальных подгрупп A и B, то для формации Фиттинга $\mathfrak{F}$ справедливо равенство $G^{\mathfrak{F}} = A^{\mathfrak{F}} B^{\mathfrak{F}}$. Поэтому имеют место следующие утверждения.

***Следствие* 3.6.** *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– насыщенная формация Фиттинга*, K *– нормальная подгруппа группы* G, *представимая в виде произведения* n *нормальных в* G *подгрупп* $A_1, A_2, \ldots, A_n$. *Если* ω *– множество всех тех простых* $p \in \pi(\mathfrak{F})$, *для которых силовские* p-*подгруппы подгрупп* $A_1^{\mathfrak{F}}$, $A_2^{\mathfrak{F}}, \ldots, A_n^{\mathfrak{F}}$ *являются абелевыми*, *то* $\mathfrak{F}$-*корадикал подгруппы* K *обладает* ω-*дополнением в группе* G.

***Следствие* 3.7.** *Пусть* $\mathfrak{F}$ *– насыщенная формация Фиттинга*, K *– нормальная подгруппа группы* G, *представимая в виде произведения* n *нормальных в* G *подгрупп* $A_1, A_2, \ldots, A_n$. *Если для любого простого* $p \in \pi(\mathfrak{F})$ *силовские* p-*подгруппы подгрупп* $A_1^{\mathfrak{F}}, A_2^{\mathfrak{F}}, \ldots, A_n^{\mathfrak{F}}$ *являются абелевыми*, *то* $\mathfrak{F}$-*корадикал подгруппы* K *обладает дополнением в группе* G.

Так как формация $\mathfrak{N}$ всех нильпотентных групп является насыщенной формацией Фиттинга, то имеет место следующее утверждение.

***Следствие* 3.8.** *Пусть* $\mathfrak{N}$ *– формация всех нильпотентных групп*, K *– нормальная подгруппа группы* G, *представимая в виде произведения* n *нормальных в* G *подгрупп* $A_1, A_2, \ldots, A_n$. *Если для любого простого числа* p *силовские* p-*подгруппы подгрупп* $A_1^{\mathfrak{N}}, A_2^{\mathfrak{N}}, \ldots, A_n^{\mathfrak{N}}$ *являются абелевыми*, *то нильпотентный корадикал подгруппы* K *обладает дополнением в группе* G.

В случае, когда $\mathfrak{F} = \mathfrak{N}_p$ – формация всех p-групп, имеет место следующее утверждение.

***Следствие* 3.9.** *Пусть* K *– нормальная подгруппа группы* G, *представимая в виде произведения* n *нормальных в* G *подгрупп* $A_1, A_2, \ldots, A_n$. *Если для некоторого простого числа* p *силовские* p-*подгруппы подгрупп* $O^p(A_1), O^p(A_2), \ldots, O^p(A_n)$ *являются абелевыми*, *то подгруппа* $O^p(K)$ *обладает дополнением в группе* G.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Шеметков*, *Л.А.* Ступенчатые формации групп / Л.А. Шеметков // Матем. сб. – 1974. – Т. 94, № 4. – С. 628–648.

2. *Gaschütz*, *W.* Zur Erweiterungstheorie endlicher Gruppen. / W. Gaschütz // J. Reine Angew. Math. – 1952. – Vol. 190. – P. 93–107.

3. *Hall*, *P.* The construction of soluble groups / P. Hall // J. Reine Angew. Math. – 1940. – Vol. 182. – C. 206–214.

4. *Huppert*, *B.* Subnormale Untergruppen und *p*-Sylowgruppen / B. Huppert // Acta Sci. Math. – 1961. – Vol. 22. – P. 46–61.

5. *Huppert*, *B.* Endleche Gruppen, I / B. Huppert. – Berlin, Heidelberg, N.Y.: Springer, 1967. – 793 p.

6. *Каморников*, *С.Ф.* О дополнениях корадикала конечной группы / С.Ф. Каморников // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2013. – № 6 (81). – С. 17–23.

7. *Каморников*, *С.Ф.* О существовании дополнений к корадикалам конечных групп / С.Ф. Каморников, О.Л. Шеметкова // Труды ин-та мат. и мех. УрО РАН. – 2015. – Т. 21, № 1. – С. 122–127.

8. *Ведерников*, *В.А.* О дополнениях к корадикалам конечных групп / В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Матем. сб. – 2016. – Т. 207, № 6. – С. 27–52.

9. *Ведерников*, *В.А.* $\mathfrak{F}^{\omega}$-нормализаторы конечных групп / В.А. Ведерников, М.М. Сорокина // Сиб. матем. ж. – 2017. – Т. 58, № 1. – С. 64–82.

10. *Ballester-Bolinches*, *A.* On complements of $\mathfrak{F}$-residuals of finite groups / A. Ballester-Bolinches, S.F. Kamornikov, V. Perez-Calabuig // Communications in Algebra. – 2017. – Vol. 45, № 2. – P. 878–882.

11. *Каморников*, *С.Ф.* О дополнении корадикала конечной группы / С.Ф. Каморников, О.Л. Шеметкова // Проблемы физики, математики и техники. – 2017. – № 4 (33). – С. 58–64.

12. *Шеметков*, *Л.А.* Формации конечных групп / Л.А. Шеметков. – М.: Наука, 1978. – 272 с.

13. *Каморников*, *С.Ф.* О некоторых свойствах формации квазинильпотентных групп / С.Ф. Каморников // Мат. заметки. – 1993. – Т. 53, № 2. – С. 71–77.

Поступила в редакцию 12.08.18.